

Методы определения модулей деформации грунта статическими и динамическими методами

Определение жесткости грунта или модулей деформации необходимо для решения одной из основных теоретических задач фундаментостроения, которой является прогноз осадки фундаментов. Методы расчета осадки приведены в СП 50-101-2004 «Проектирование и устройство оснований и фундаментов зданий и сооружений».

Модуль деформации рекомендуется определять с использованием лабораторных и полевых методов испытаний грунтов. Методика компрессионного и трехосного определения модулей деформации приведена в ГОСТ 12248-96. Методика полевого определения модуля деформации изложена в ГОСТ 20276-85 «Методы полевого определения характеристик деформируемости». Подобные методы лабораторных испытаний изложены также в AASHTO TP-46, ASTM D1195 и ASTM D1196.

В приведенных ГОСТ рекомендуется определять модуль деформации, который учитывает как упругую, так и остаточную деформацию. Выделить из этих испытаний чисто упругий модуль деформации возможно только используя ветвь разгрузки зависимости «напряжение-деформация».

В то же время упругий модуль может быть измерен в лаборатории используя динамические трехосные испытания или резонантные испытания образцов в условиях одноосного сжатия. Однако это связано с отбором образцов и не всегда возможно или удобно при массовых и необходимом быстром их определении.

Деформации грунтов оснований зданий и сооружений определяются с использованием упругих параметров: модуля деформации E ; модуля сдвига G , модуля объемной деформации K и коэффициента Пуассона ν . В большинстве случаев основание является многослойным и модули упругости могут изменяться значительно от слоя к слою, возрастая, как правило, с глубиной.

Основными упругими параметрами являются модуль деформации и коэффициент Пуассона. Используя решения теории упругости остальные модули определяются с использованием выражений, которые приведены в табл. 1.

Табл. 1. Соотношение между модулями деформации

	Модуль сдвига, G	Модуль упругости, E	Модуль M	Объемный модуль, K	Постоянная Ламе, λ	Коэффициент Пуассона, ν
G, E	G	E	$\frac{G(4G - E)}{3G - E}$	$\frac{GE}{9G - 3E}$	$\frac{G(E - 2G)}{3G - E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$
G, K	G	$\frac{9GK}{3K + G}$	$K + \frac{4}{3}G$	K	$K - \frac{2G}{3}$	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$
G, ν	G	$2G(1 + \nu)$	$\frac{2G(1 - \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	$\frac{2G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	$\frac{2G\nu}{1 - 2\nu}$	ν
E, ν	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	E	$\frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	$\frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$	ν

Модуль деформации используется при определении осадки фундаментов, например, с использованием выражения (5.14) СП 50-101-2004 при действии статических нагрузок от веса зданий или сооружений. Значения модуля деформации как функция глубины могут быть оценены из эмпирической корреляции результатов лабораторных испытаний образцов грунта ненарушенной структуры и результатов полевых испытаний.

Лабораторные методы

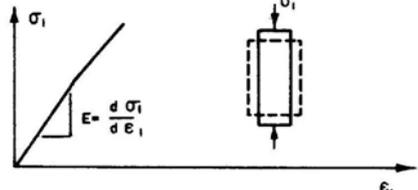
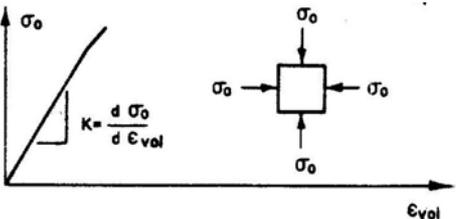
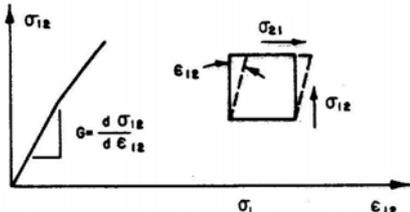
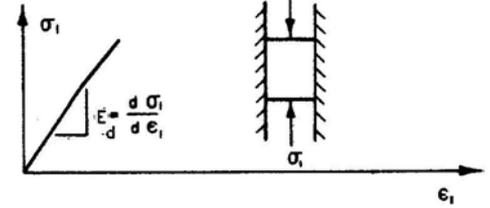
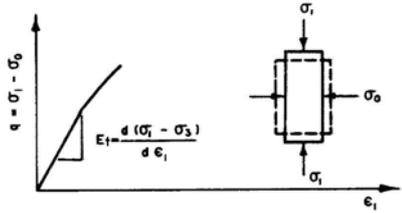
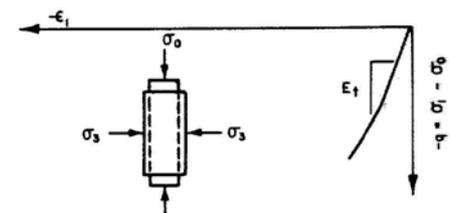
Модуль деформации или как его называют в механике сплошной среды – модуль Юнга является коэффициентом пропорциональности зависимости «деформация-напряжение», предложенной Гуком в виде

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \sigma_z \quad (1)$$

в котором каждому равному приращению одноосного напряжения σ_z соответствует пропорциональное возрастание деформации ε_z .

В табл. 2 приведены лабораторные методы определения модулей деформации.

Табл. 2. Модули деформации

Тип испытаний	Описание	Диаграммы
Одноосное сжатие	Увеличение σ_1 при постоянных $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Траектория нагружения ОА. Определение модуля деформации, E	
Гидростатическое (всестороннее) сжатие	Увеличение $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ равным образом. Траектория нагружения НСТ. Определение модуля объемной деформации, K	
Простой сдвиг	После гидростатического нагружения $\sigma_o = \sigma_{окт} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ остается постоянным, но два других напряжения изменяются $\Delta\sigma_1 = -\Delta\sigma_3, \Delta\sigma_2 = 0$. Траектория нагружения SST. Определение модуля сдвига, G	
Компрессионное сжатие	Увеличение σ_1 при невозможности бокового расширения $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$. Определение компрессионного модуля деформации, E_d	
Стандартное трехосное сжатие	После гидростатического нагружения до σ_o , σ_1 возрастает, а $\sigma_2 = \sigma_3 = const$ до разрушения. Траектория нагружения СТСТ. Определение касательного модуля деформации, E_t при сжатии	
Стандартное трехосное расширение	После гидростатического нагружения до σ_o , $\sigma_2 = \sigma_3$ возрастают, а $\sigma_1 = \sigma_o$. Траектория нагружения СТЕТ. Определение касательного модуля деформации, E_t при расширении	

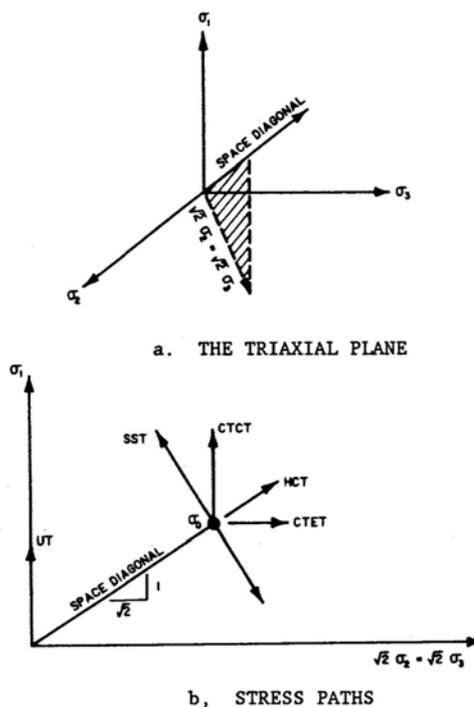


Рис. 1. Траектории напряжений, реализуемые в стабилометре

Закон Гука был вначале разработан для описания однородных и изотропных материалов рассматривая упругое поведение металлов при растяжении. Грунты показывают линейно упругое поведение до относительно небольших нагрузок. Однако даже при этом при разгрузке в грунтах возникает остаточная деформация. Поэтому полагают, что при нагружении до предела пропорциональности для грунтов также справедлива линейная зависимость Гука, однако при больших нагрузках деформации в грунтах нелинейно зависят от напряжений. Это особенно важно при проектировании высотных зданий, когда давление по подошве фундаментов может составлять более 1000 кПа.

Испытания образцов грунта в стабилометре позволяют определять касательный модуль деформации подобный модулю Юнга. Подобие модуля деформации модулю Юнга позволяет использовать решения теории упругости при расчете осадки фундаментов.

Упругий недренированный модуль деформации E_s можно определить используя следующую эмпирическую зависимость используя недренированную прочность c_u глинистых грунтов

$$E_s = K_c c_u, \quad (2)$$

где K_c - коэффициент корреляции, определяемый по рис. 2; c_u - недренированная прочность.

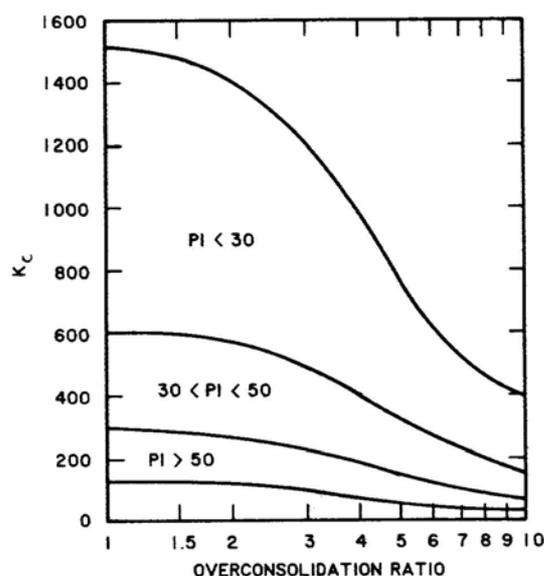


Рис. 2. График для определения коэффициента K_c

Значения коэффициента K_c являются функцией коэффициента переуплотнения (OCR) и числа пластичности PI , которые могут быть определены путем полевых и лабораторных испытаний. В табл. 3 приведены типичные значения модуля деформации.

Табл. 3. Значения модуля деформации

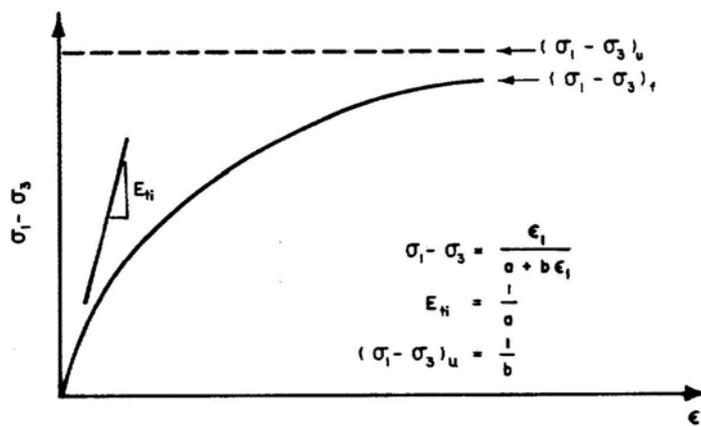
Вид грунта	Модуль деформации, E_s , МПа
Очень мягкие глины	0,5 – 5,0
Мягкие глины	5,0-20,0
Полутвердые глины	20,0-50,0
Твердые глины	50,0-100,0
Опесчаненые глины	25,0-200,0
Рыхлые пески	10,0-20,0
Плотные пески	25,0-100,0
Гравелистые грунты	100,0-200,0

Упругие модули деформации уменьшаются с ростом порового давления, так как уменьшение эффективных напряжений приводит к уменьшению жесткости грунта.

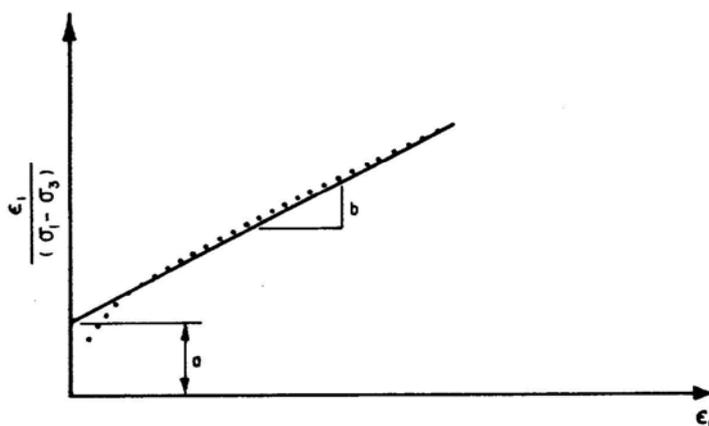
Начальное значение модуля деформации, соответствующее его упругому поведению, определяется с использованием касательной к начальному участку кривой зависимости «осевое напряжение – осевая деформация». В опытах для этого необходимо измерять осевую деформацию ε_1 с высокой точностью порядка не более 10^{-3} мм прикладывая очень малые ступени осевого напряжения σ_1 . Технически это сделать очень сложно и поэтому на практике (ГОСТ 12248-96) измерения осевой деформации проводятся с точность не более 10^{-2} мм. Однако при этом зависимость между напряжением

и деформацией даже на начальном участке является нелинейной и поэтому определяемый начальный модуль уже не является чисто упругим, а зависит как от упругой, так и остаточной (пластической) деформацию.

Определить упругий модуль деформации можно используя гиперболическую форму связи между напряжениями и деформациями (рис. 3). Начальный модуль деформации определяется как $E = 1/a$, где параметр a определяется используя график рис. 3 б.



a. HYPERBOLIC RELATIONSHIP

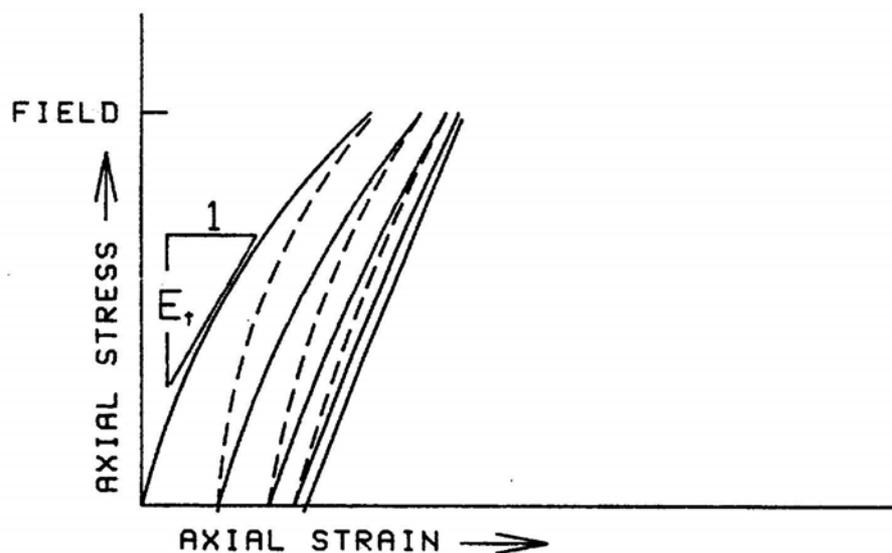


b. EVALUATION OF HYPERBOLIC PARAMETERS a, b

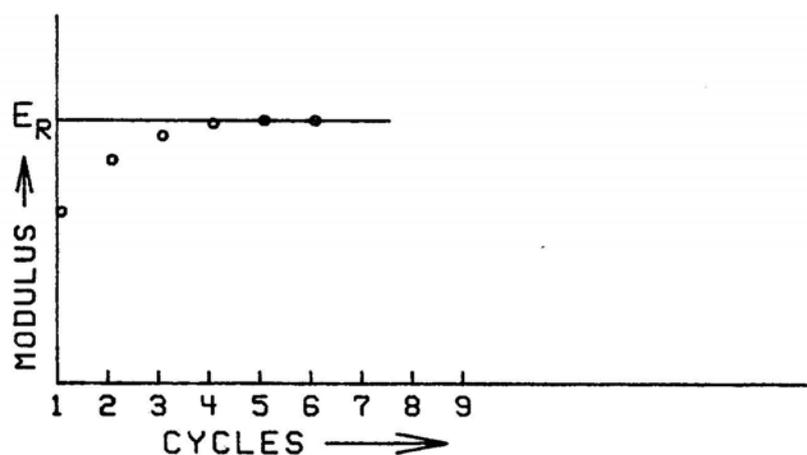
Рис. 3. Гиперболическая зависимость между напряжениями и деформациями

Упругие модули при циклическом нагружении могут быть определены из недренированных и консолидировано-недренированных трехосных испытаний образцов грунта ненарушенной структуры. Образцы вначале полностью консолидируются всесторонним давлением, равным бытовому (полевому) давлению в месте отбора монолита грунта. Стандарт ЕМ 1110-2-

1906 рекомендует следующую «R-test» процедуру: напряжения увеличиваются до значений в полевых условиях (Field) (рис. 4 а), затем осевое напряжение уменьшается до нуля и циклы повторяются до тех пор, пока угол наклона кривой нагрузка-разгрузка не будет изменяться. Касательный модуль соответствующий $\frac{1}{2}$ максимального приложенного напряжения определяется для каждого цикла нагружения и отображается как функция количества циклов, рис. 4 б. За расчетное значение касательного модуля при циклическом нагружении принимается величина не изменяющаяся с ростом цикла нагрузка-разгрузка.



а. TANGENT MODULUS AT 1/2 MAXIMUM APPLIED STRESS



б. TANGENT RELOAD MODULUS VERSUS CYCLES

Рис. 4. Упругие модули при циклическом нагружении

Полевые методы

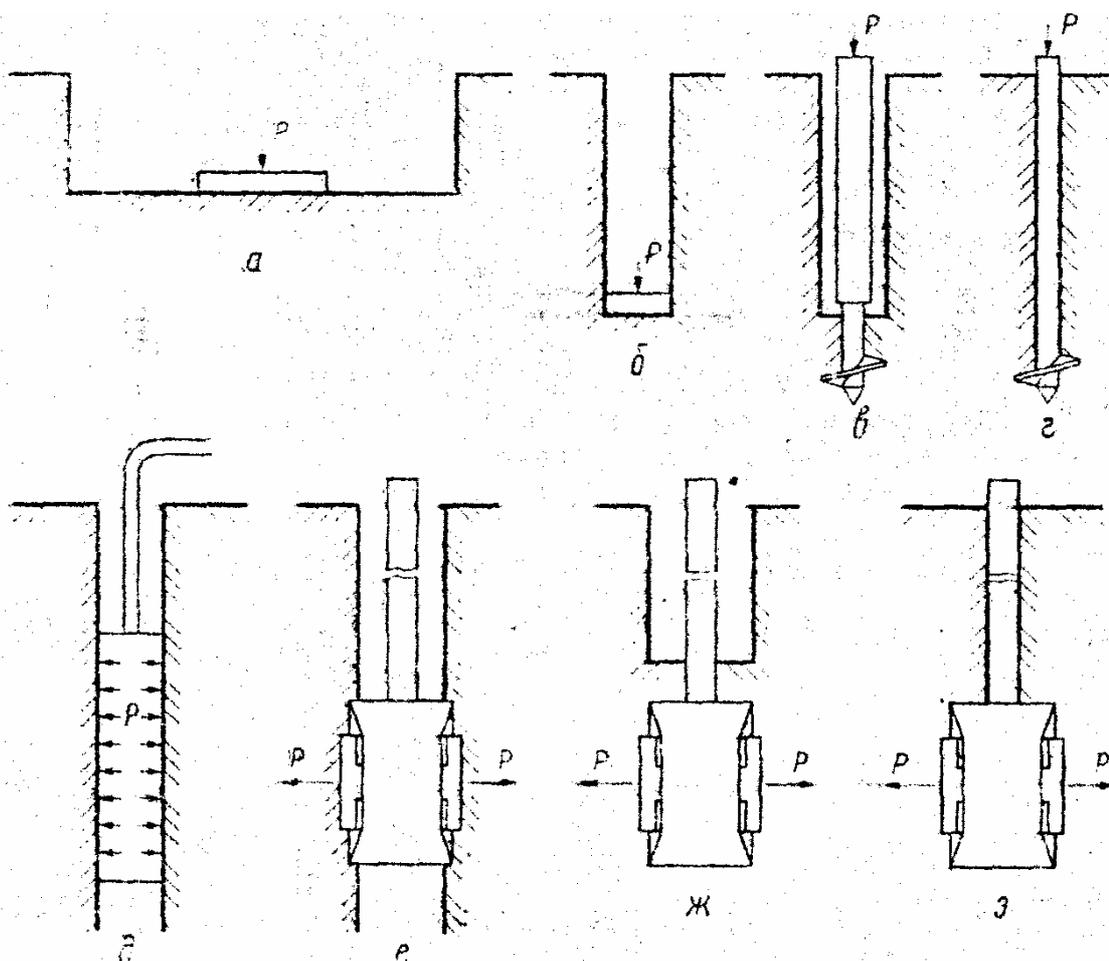


Рис. 5. Схемы испытания грунта в полевых условиях: а – плоским штампом в шурфе; б – плоским штампом в забое буровой скважины; в – винтовым штампом ниже забоя буровой скважины; г – винтовым штампом в массиве; д – радиальным прессиометром; е – лопастным прессиометром в стенке скважины; ж – лопастным прессиометром ниже забоя буровой скважины; з – лопастным прессиометром в массиве

Испытания штампом в полевых условиях выполняются с использованием ГОСТ 20276-85 или ASTM Standard Test Method D 1194, "Bearing Capacity of Soil for Static Loads on Spread Footings" для определения зависимости между осадкой и давлением на штамп, q , рис. 7. Упругий модуль E_s находится из наклона кривой $\Delta p / \Delta q_p$ с использованием выражения

$$E_s = \frac{(1 - \nu_s^2)}{\Delta p / \Delta q_p} B_p I_w \quad (3)$$

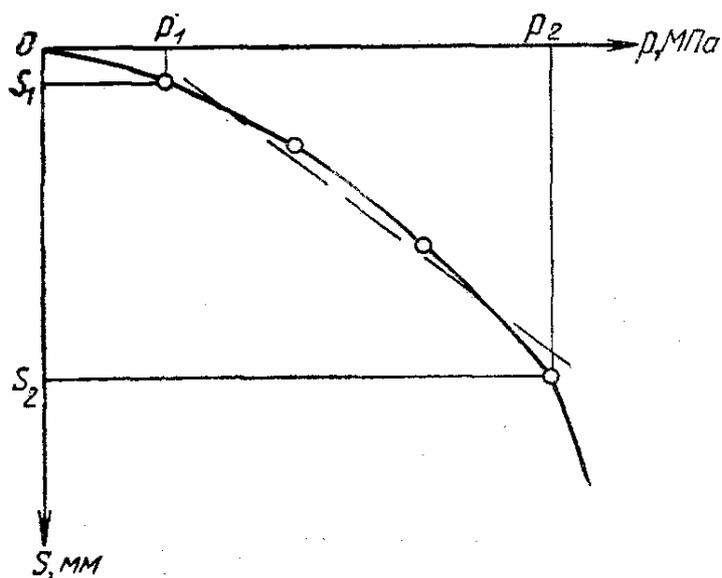


Рис. 6. Зависимость осадки штампа от давления

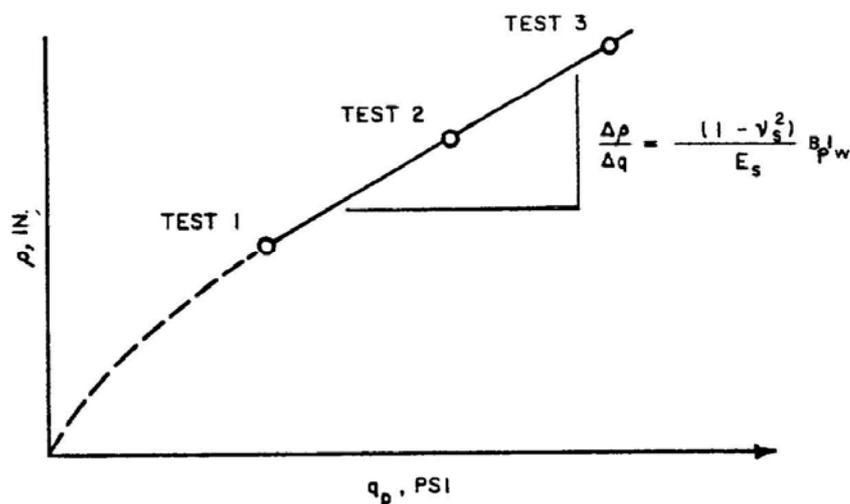


Рис. 7. Графическое решение для определения штампового модуля деформации

В формуле (3) $I_w = \frac{\pi}{4}$; B_p - диаметр круглого штампа; ν_s - коэффициент Пуассона.

Согласно ГОСТ 20276-85 испытания проводят в шурфах жестким круглым штампом площадью 2500 и 5000 см², а ниже уровня грунтовых вод и на больших глубинах – в скважинах штампом площадью 600 см². Для создания пригрузки от грунта применяются плоский штамп площадью 1000 см² с кольцевой пригрузкой по площади, дополняющей площадь штампа до 5000 см².

Для определения модуля деформации используют график зависимости осадки от давления (рис. 6), на котором выделяют линейный участок,

проводят через него осредняющую прямую и вычисляют модуль деформации, используя решение теории упругости по формуле

$$E = \frac{(1 - \nu^2)\omega d \Delta p}{\Delta s}, \quad (4)$$

где ν - коэффициент Пуассона, равный 0,27 для крупнообломочных грунтов, 0,39 для песков и супесей, 0,35 для суглинков и 0,42 для глин; ω - безразмерный коэффициент, равный 0,79; d - диаметр штампа; Δp - приращение давления на штамп; Δs - приращение осадки штампа, соответствующее Δp .

Пенетрационные испытания конусом (СРТ). Компрессионный модуль деформации находится из эмпирической зависимости с сопротивлением погружения конуса

$$E_d = \alpha_c q_c, \quad (5)$$

где α_c - коэффициент корреляции, зависящий от вида грунта и сопротивления внедрения конуса; q_c - сопротивление внедрению конуса.

Типичные значения для песка $\alpha_c = 3$, но может быть значительно более для переуплотненных песчаных грунтов. Типичное значение для глин $\alpha_c = 10$ если учитывается природное давление, σ_c при определении сопротивления внедрения, $q_c - \sigma_c$. Недренированная прочность, c_u связана с сопротивлением внедрению q_c следующим образом

$$c_u = \frac{q_c - \sigma_c}{N_k}, \quad (6)$$

где N_k - коэффициент, изменяется от 10 до 20, иногда более.

Табл. 4. Значения коэффициента α_c

Грунт	Сопротивление q_c , tsf	Влажность, %	α_c
Lean глина (CL)	<7		3 - 8
	7 - 20		2 - 5
	>20		1 - 2.5
Silt (ML)	<20		3 - 6
	>20		1-3
Plastic silt Глина (CH, MH)	<20		2 - 6
Organic silt	<12		2 - 8
Органическая глина Торф	<7	50 - 100	1.5 - 4
		100 - 200	1 - 1.5
		>200	0.4 - 1
Песок	<50		2 - 4
	>100		1.5
		1+Dr ₂	
Глинистые пески			3-6

Пылеватый песок

1-2

Мел

20 - 30

2 - 4

Стандартные пенетрационные испытания (SPT). Упругий модуль песчаного грунта может быть определен путем подсчета ударов из выражения

$$E_s = 9,4N^{0,87} \sqrt{B} \left(1 + 0,4 \frac{D}{B}\right), \quad (7)$$

где N – среднее значение ударов на 30,48 см толщии грунта 63,5 кг груза с высоты 76,2 см для внедрения штампа в грунт. Штамп погружается в грунт на 45,7 см, а удары считаются на последних 30,5 см; B – ширина штампа; D – глубина погружения штампа.

Выражение (7) было разработано на основании использования литературных источников информации и наблюдений за начальными осадками без учета энергии молота. Альтернативное выражение для определения упругого модуля чистых псков или песков и гравия имеет вид:

- переуплотненные пески

$$E_m = 420 + 10N_{ave}; \quad (8)$$

- нормально уплотненные пески или гравий

$$E_m = 194 + 8N_{ave}, \quad (9)$$

где N_{ave} - среднее количество ударов на глубине $H=B$ ниже подошвы фундамента.

Прессиометрические испытания. Используется несколько конструкций прессиометра. В ГОСТ 20276-85 приведены два метода испытаний радиальным и лопастным прессиометрами.

В радиальном прессиометре в ходе испытаний выполняется измерение расширения резиновой камеры при заданном давлении жидкости или воздуха, опущенную на заданную глубину в пробуренную скважину.

В лопастном прессиометре в грунт вдавливаются два жестких штампа прямоугольной формы, площадь которых зависит от глубины испытания и вида грунта.

Самозабуривающийся прессиометр включает режущую часть при помощи которой выполняется разбуривание грунта с одновременной промывкой водой и удалением грунта на поверхность. Считается, что самозабуривающийся прессиометр вносит меньшие изменения структуры грунта по сравнению с баллонным прессиометром. Результаты испытаний с использованием баллонного прессиометра, показываюи на то, что прессиометрический модуль деформации E_i в начале возрастает с ростом радиального безразмерного отношения $\Delta R/R_o$, как показано на рис. 10. Результаты испытаний самозабуривающимся прессиометром отличаются тем, что вначале высокие значения модуля деформации E_i затем

уменьшаются с ростом изменения объема без начального возрастания модуля как показано на рис. 10. Прессиометрический модуль равен двойному значению модуля сдвига. Если грунт при разгрузке ведет себя упруго, то модуль деформации $E_{wr} = 2G_{wr}$. По стандарту ASTM 4719 модуль деформации определяется с использованием выражения

$$E_p = \frac{(1+\nu)\Delta p(R_{po} + \Delta R_{pm})}{\Delta R_p}, \quad (10)$$

где ν - коэффициент Пуассона, принимаемый равным 0,33; Δp - изменение давления; R - радиус скважины; ΔR - изменение радиуса от R_{po} на средней точке прямолинейного участка прессиометрической кривой; ΔR_{pm} - изменение в радиусе на выбранном прямолинейном участке прессиометрической кривой

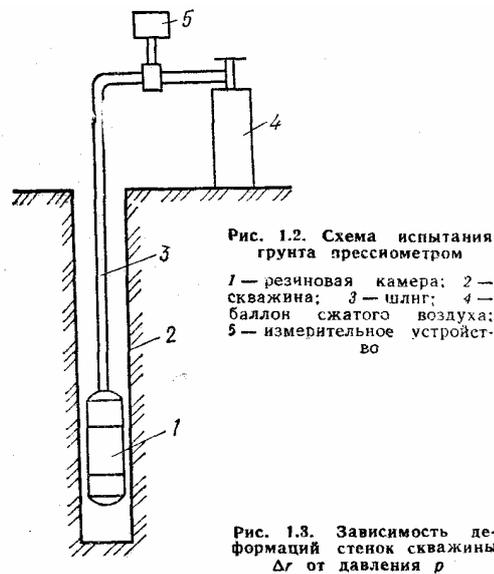


Рис.8. Схема испытания грунта прессиометром

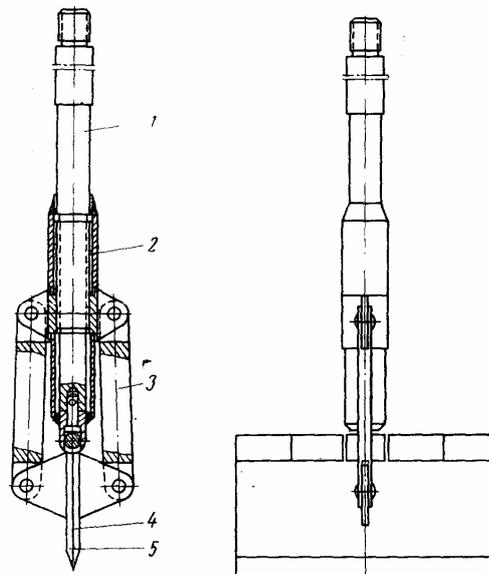


Рис. 9. Конструкция лопастного прессиометра ПК-1

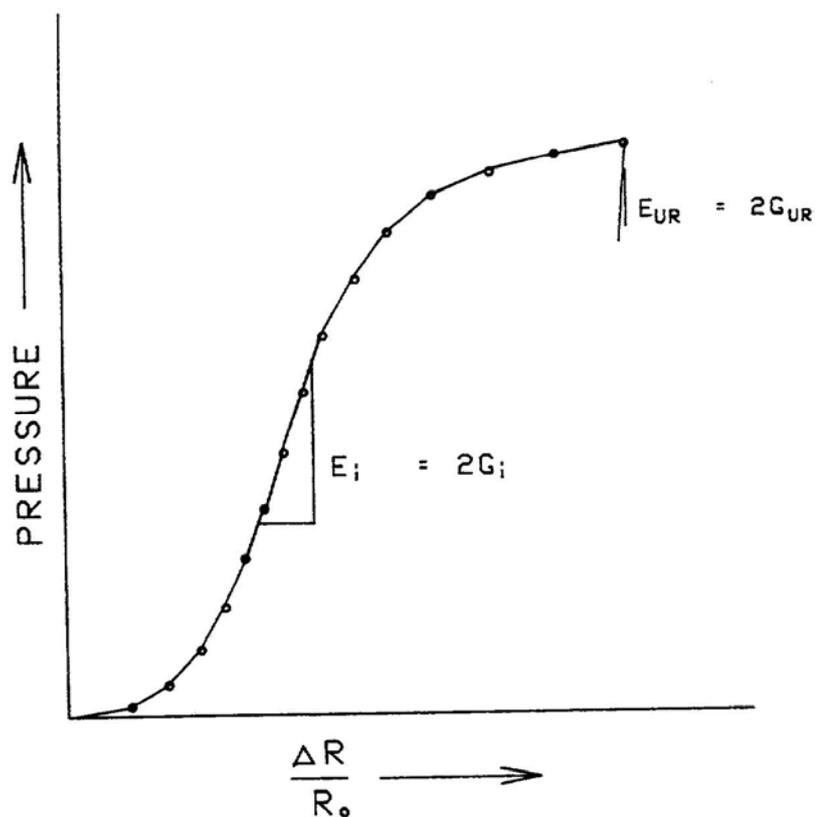


Рис. 10. Изменение модуля деформации при расширении скважины ΔR в испытаниях баллонным прессиометром

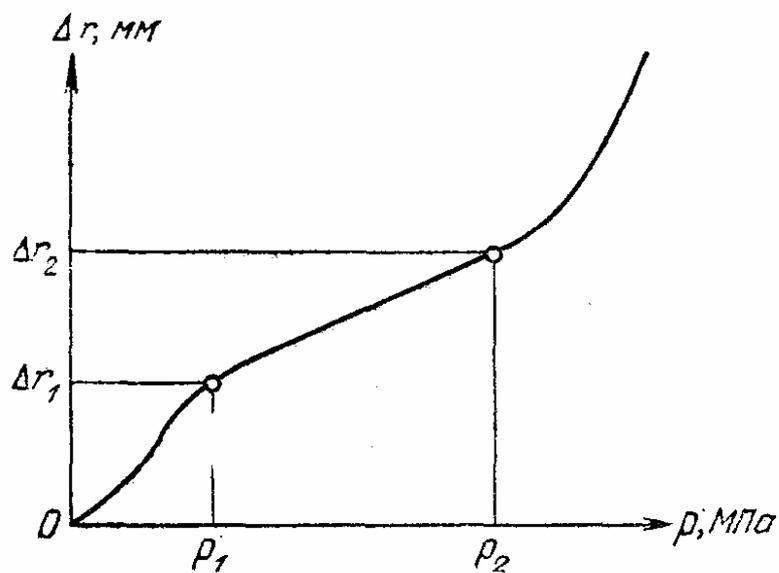


Рис. 11. Зависимость деформаций стенок скважины от давления

По ГОСТ 20276-85 модуль деформации определяют на участке линейной зависимости деформации от давления между точкой p_1 , соответствующей обжатию неровностей стенок скважины, и точкой p_2 , после которой начинается интенсивное развитие пластических деформаций в грунте. Модуль деформации для радиального прессиометра вычисляют по формуле

$$E = kr_o \frac{\Delta p}{\Delta r}, \quad (11)$$

где k - коэффициент; r_o - начальный радиус скважины; Δp - приращение давления; Δr - приращение радиуса, соответствующее Δp .

Коэффициент k рекомендуется определять путем сопоставления данных прессиометрии, с результатами параллельно проводимых испытаний того же грунта штампом. Для сооружений II и III класса допускается принимать в зависимости от глубины испытания.

Эквивалентный упругий модуль. Эквивалентный упругий модуль используется при определении осадки плитных фундаментов и фундаментов мелкого заложения. Используются несколько методов для определения модуля.

В методе Kay and Cavagnaro используется выражение для связных грунтов

$$E_s = \frac{2qR(1-\nu^2)}{s_c}, \quad (11)$$

где q - предельное давление на грунт; R - эквивалентный радиус плиты фундамента, определяемый при $l < 2b$ как $R = \sqrt{lb/\pi}$; l - длина плиты; b - ширина плиты; s_c - осадка центра плиты.

В полуэмпирическом методе эквивалентный упругий модуль возрастает линейно с глубиной и определяется из выражения

$$E_s = \frac{2kR(1-\nu^2)}{0,7 + (2,3 - 4\nu)\lg n}, \quad (12)$$

где k - параметр, связывающий изменение модуля E_s с глубиной z , $E_s = E_o + kz$; $n = kR / E_o + kD_b$; D - глубина заложения подошвы фундамента; E_o - упругий модуль на поверхности грунта

Выражение (12) получено на основании параметрического изучения используя уравнение (11).

В методе Гибсона эквивалентный модуль возрастает с глубиной и определяется из выражения

$$E_s = \frac{bk}{2}, \quad (13)$$

где b - ширина фундамента.

Модуль сдвига. Модуль сдвига G используется для расчета осадки фундамента при действии динамических нагрузок.

Модуль сдвига может быть определен из динамических испытаний грунтов.

Коэффициент Пуассона. Коэффициент Пуассона определяется путем испытания образцов грунта в стабилometре или компрессионном приборе с измерением боковых напряжений. Значение коэффициента Пуассона изменяется от 0,25 до 0,49 с водонасыщением грунта достигает значения 0,49. Для неводонасыщенных грунтов его значение обычно изменяется от 0,25 до 0,40. Ошибка в определении коэффициента Пуассона менее значительна по сравнению с ошибкой определения модуля деформации, что следует из расчета осадки фундаментов.

Зондирование грунтов

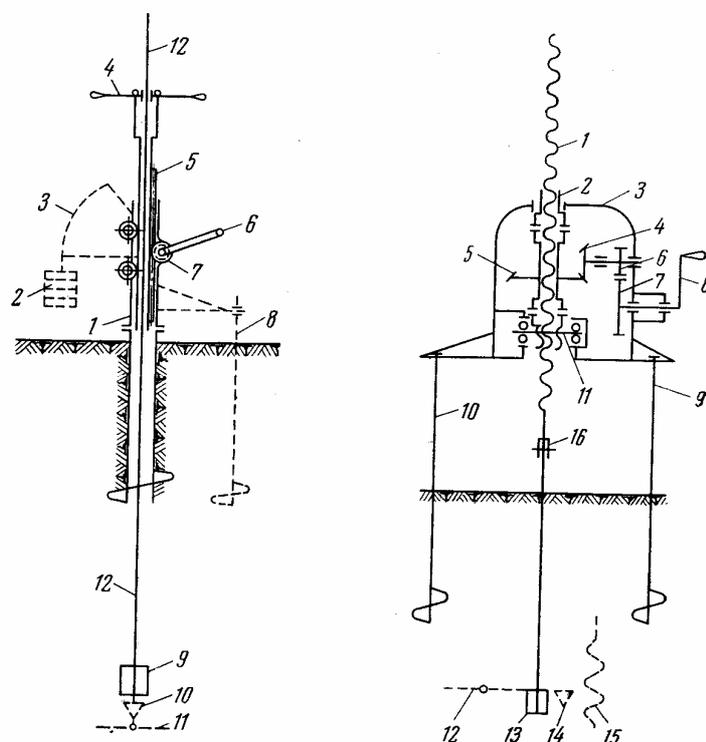


Рис. 12. Установки для зондирования грунтов ПНИИС: а – установка УЗП-5; б – установка УЗП-6

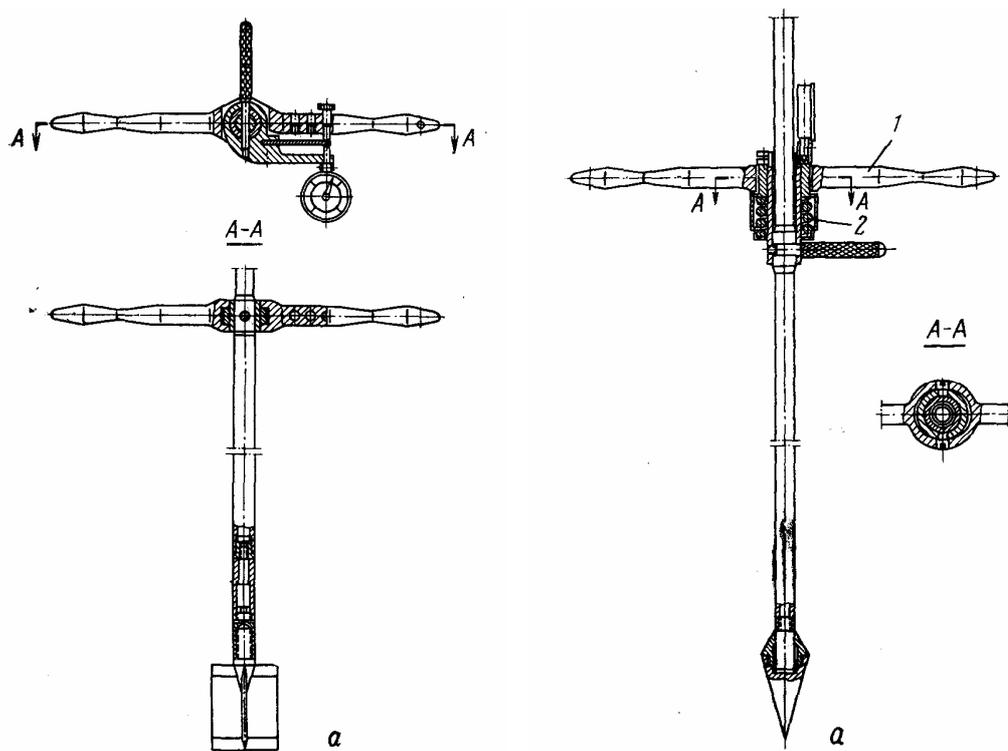


Рис. 13. Зонды конструкции ПНИИС: а – сдвигомер-крыльчатка СК-8; б – пенетрометр П-4

Испытания винтовым штампом. Модуль деформации определяют с использованием выражения (4), но плоский штамп заменяется винтовым штампом площадью 600 см^2 (рис. 14). Погружение винтового штампа (ГОСТ 20276-85) производят завинчиванием ниже забоя скважины или с поверхности в массив грунта без бурения скважины. При испытаниях в скважинах глубина завинчивания винтового штампа ниже забоя скважины должна составлять 30 – 50 см в зависимости от вида грунта.

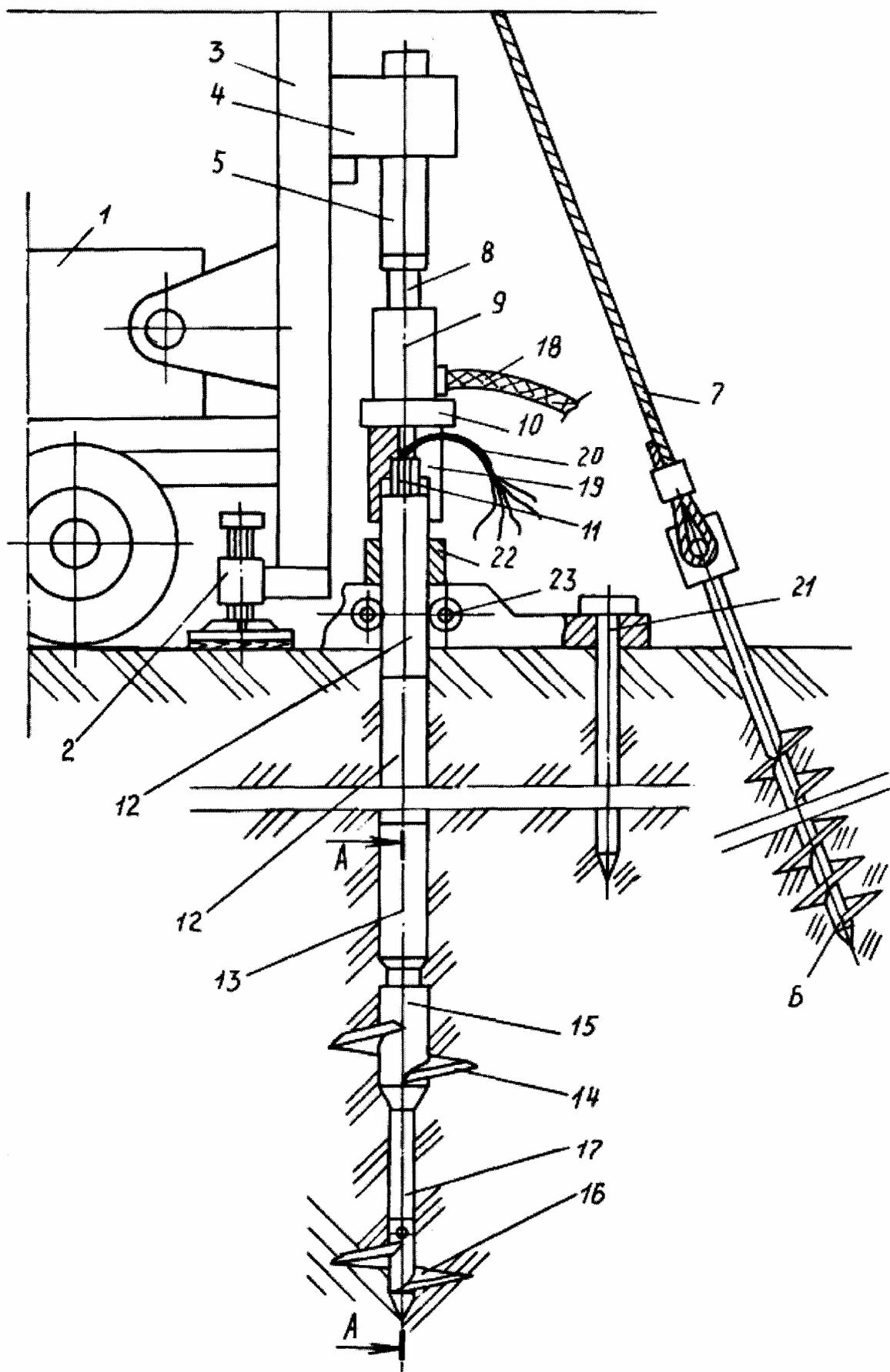


Рис. 14. Устройство для испытания грунтов на сжимаемость винтовым штампом конструкции В.И.Каширского

Испытания динамометрическим зондом.

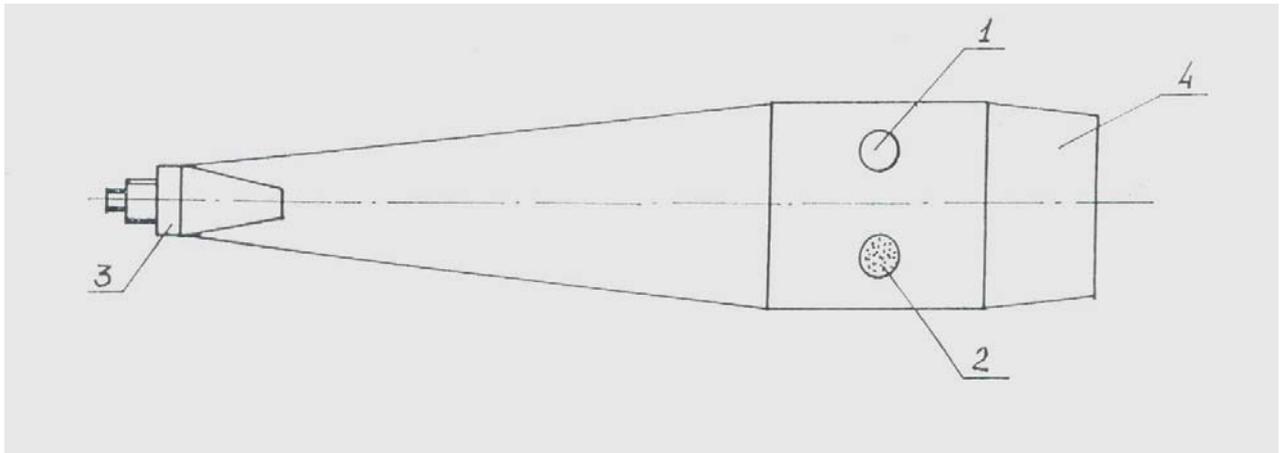


Рис. 14. Динамометрический зонд конструкции МИСИ им. В.В.Куйбышева

Модули грунта при статических и динамических испытаниях

Известно, что модули деформации зависят не только от вида грунта, но и уровня его деформации. Основываясь на уровне деформации сдвига модули могут быть классифицированы на трех стадиях: малой деформации $\gamma < 10^{-6}$, средней деформации, $10^{-6} < \gamma < 10^{-4}$ и большой деформации, $\gamma > 10^{-4}$ /6/. Деформации на первой стадии полностью восстановимы. Модули начинают уменьшаться во второй стадии. Третья стадия соответствует большим деформациям, в которой модули продолжают уменьшаться.

Результаты различных динамических испытаний на уровнях деформации первой стадии показывают на то, что отношение динамического модуля к статическому изменяется от 7 до 10.

На рис. 16 /6/ приведено сравнение статического упругого модуля из испытаний штампом с динамическим модулем при сейсмических испытаниях. Отношение динамического модуля при малых деформациях к статическому упругому модулю равно 8,015. Отклонение значительно больше на малой глубине испытаний.

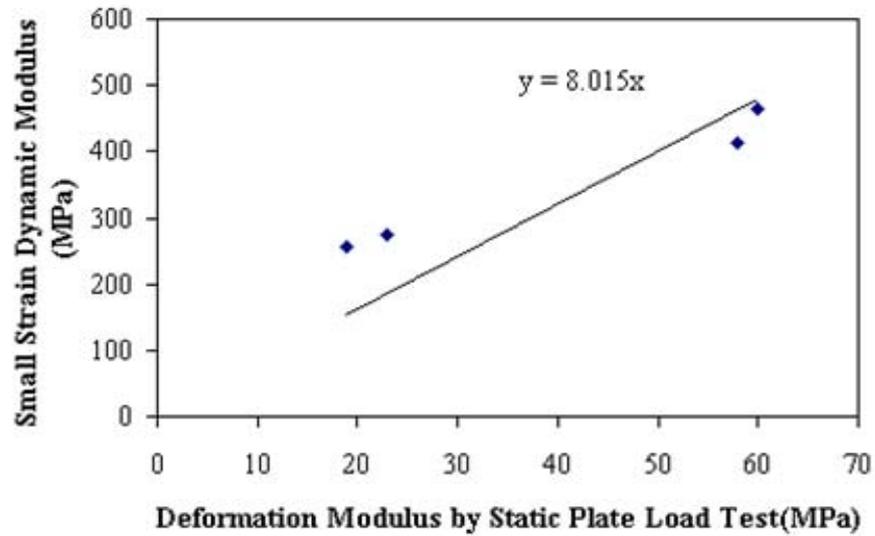
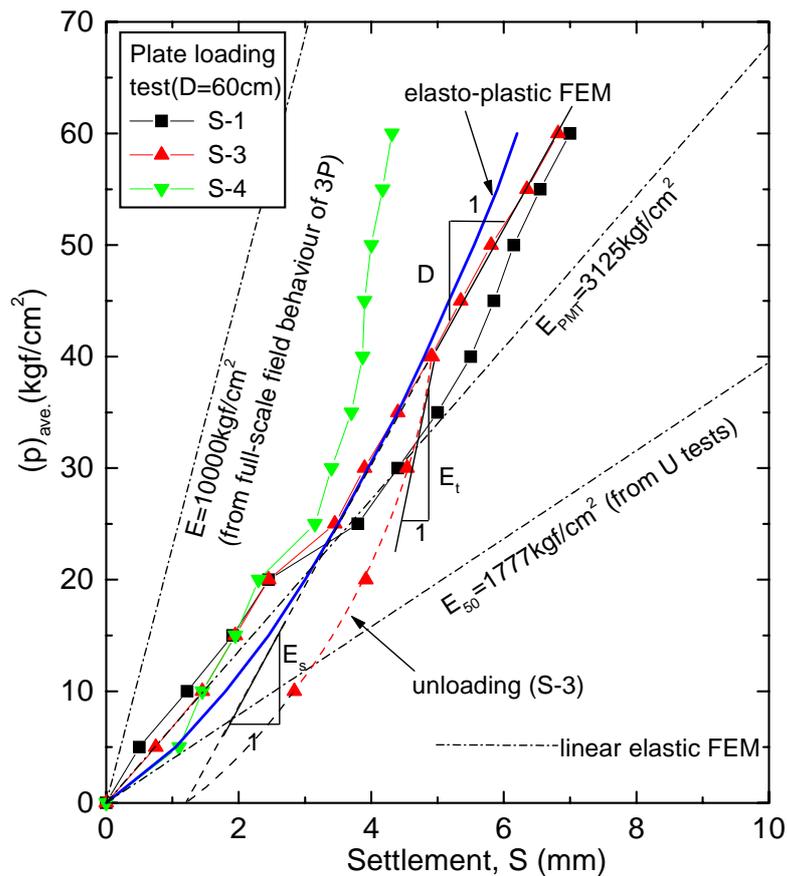


Рис. 16. Сравнение модулей деформации

Рис. 17. Результаты испытания штампом и их моделирование МКЭ используя: средние значения упругого модуля деформации из одноосных испытаний (E_{50}), прессиометрические испытания (E_{PMT}) и обратного анализа полномасштабного поведения

фундамента опоры моста и упруго-пластический анализ МКЭ используя упругие модули из полевых shear wave velocity и зависящих от давления нелинейных кривых деформации лабораторных испытаний (Siddiquee et al. 1994, 1995a; Tatsuoka and Kohata 1995; Tatsuoka et al. 1999a).

На рис. 17 показаны результаты трех испытаний жестким штампом диаметром 60 см на дне котлована Akashi Kaikyo Bridge. На этом же рисунке приведены результаты упругого моделирования МКЭ используя следующие значения модуля упругости:

- а) средние значения модуля упругости из одноосных испытаний (E_{50});
- б) среднее значение модуля упругости из прессиометрических испытаний (E_{PMT});
- в) значение, полученное из обратного анализа полномасштабного поведения опоры моста (рис. 18).

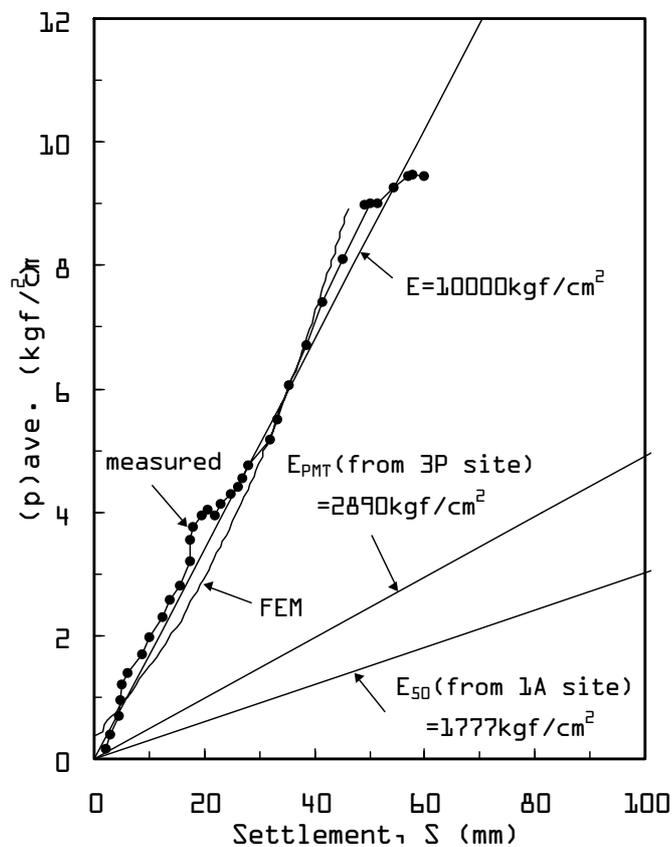


Рис. 18. Натурное поведение фундамента опоры Akashi Kaikyo Bridge и его моделирование и его моделирование линейно упругим расчетом МКЭ при различных упругих модулях деформации

Можно сделать вывод, что реальное поведение фундамента более близко к расчетному МКЭ только для случая в. Сравнивая рис. 17 и 18 можно увидеть, что для результатов линейно упругого анализа полномасштабного поведения опоры моста значения модуля упругости намного больше, чем значения использованные из штамповых испытаний для подобных расчетов. Это

различие соответствует так называемому масштабному эффекту жесткости грунта.

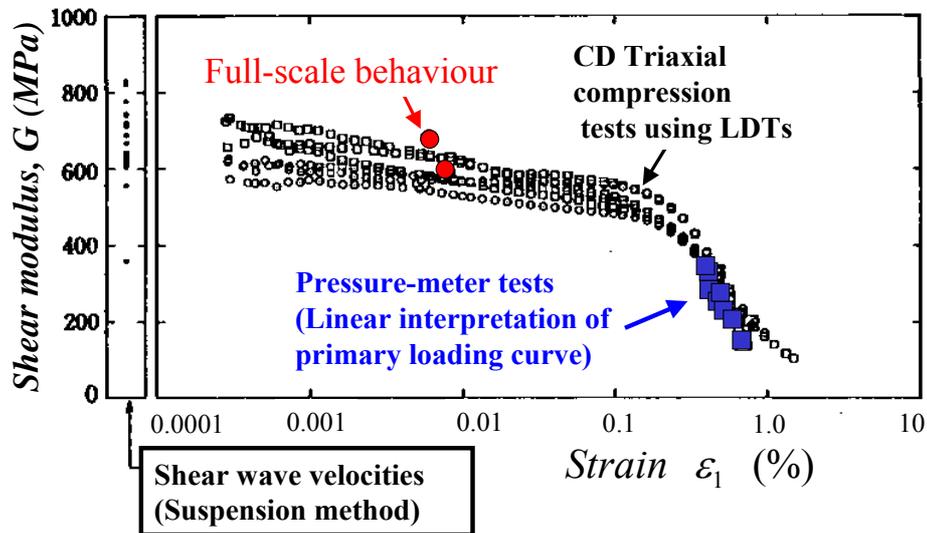


Рис. 19. Изменение модуля сдвига в зависимости от деформации из КД трехосных испытаний, стандартных прессиометрических испытаний и полномасштабного поведения Rainbow Bridge (Izumi et al. 1997)

Из результатов приведенных на рис. 19 можно сделать следующие выводы:

1. Значения жесткости из прессиометрических испытаний слишком мало по отношению к жесткости на деформациях реально возникающих в основании фундамента;
2. Значения жесткости определенные из КД испытаний совпадают с:
 - а) упругим модулем сдвига из полевых shear wave velocities (определенные на деформациях менее чем 0,0001 %);
 - б) значениями из стандартных прессиометрических испытаний при деформациях в пределах от 0,5% до 1,0%;
 - в) значениями из полномасштабного поведения при деформации около 0,01%.

Обобщение. Упругие параметры деформации используемые для описания осадки фундаментов при статическом нагружении часто рассматриваются без связи с динамически измеренными деформационными свойствами. В дополнение линейно упругий анализ полевых испытаний или натуральных фундаментов более популярен. Во многих случаях деформации возникающие в основании относительно малы. В подобных случаях, описание деформаций грунта основанное на упругих жесткостях полученных из полевых shear wave velocities, пока рассматривается нелинейное и зависящие от уровня

напряжений жесткости на относительно малых деформациях может быть уместным.

Литература

1. Амарян Л.С. Прочность и деформируемость торфяных грунтов. - М.: Недра, 1969. - 192 с.
2. Справочник проектировщика. Основания, фундаменты и подземные сооружения. - М.: Стройиздат, 1985. – 480 с.
3. Engineer Manual. EM 1110-2-1906.
4. ASTM D1195-93. Standard Test Method for Repetitive Static Plate Load Tests of Soils and Flexible Pavement Components, for Use in Evaluation and Design of Airport and Highway Pavements. 2004.
5. ASTM D1196-93. Standard Test Method for Nonrepetitive Static Plate Load Tests of Soils and Flexible Pavement Components, for Use in Evaluation and Design of Airport and Highway Pavements. 2004.
6. Xiong Yu. Field evaluation of ground stiffness by static and dynamic tests. EJGE papers. (<http://www.ejge.com/2004/>).